

Forward to Euler's E17:  
ARITHMETIC OR THE GENERAL ART OF RECKONING.  
Translated from German by Ian Bruce; 6/6/2018.  
Free download at [17centurymaths.com](http://17centurymaths.com).

## PREFACE

The number of arithmetic books published both in Germany and elsewhere is so great and abundant that for many this work would seem almost unnecessary and superfluous. But since by the Most Gracious Imperial Order, Russian youth should be taught both in arithmetic and geometry with the most zeal and application, thus great difficulties arise when one wishes to make use of printed instructions from elsewhere to this end.

Then, moreover, as sufficient and suitable books should be required to be written in Russian, so that the business of writing as many examples as would be necessary, could only be done with considerable inconvenience and to little advantage, from other places. Moreover, reprinting a work and translating it into Russian has resulted in many causes of concern. This is the fault of most foreign books on arithmetic, which were considered to be the most advisable.

Then such books either contain nothing but the bare rules together with a large number of examples; but the slightest indication for the very reason why the causes exist on which the rules depend is not given: Although such instructions are based on the true foundation of arithmetic, the discussion is such that it is not easy for others, apart from those who have become used to mathematical instruction, and who can find themselves in that situation; and in this kind of usage one is not sufficiently concerned with the benefits and Compendia, on which the skill and speed of arithmetic are attained, but rather to be content to assign the cause only briefly.

Now, as the learning of arithmetic without any groundwork is neither sufficient to resolve all cases occurring, nor to sharpen the mind, as the intention in particular should be able to do; Thus we have been troubled, in presenting guidance for all the rules and operations, to present and explain the reason so that the same can be reported and clarified even by those people who are not yet thoroughly versed in dealing with such texts: In the process, however, the rules and advantages which can be used in arithmetic have been described in detail and explained in sufficient detail with examples. By means of this arrangement it is hoped to gain the advantage that the youth, apart from the proper skill in arithmetic, always has in mind the true reason for any operation, and thus gradually becomes accustomed to a thorough way of thinking.

Then if not only are the rules understood in this way, but also the basis and origin of the same thoroughly, thus the student will to some extent be put into a position, whereby new rules can be found and the same used to resolve such tasks for which the otherwise normal rules may not be sufficient. But there is no need to be in the least afraid, that the learning of Arithmetic in this manner becomes harder and more time consuming, than if only the bare rules are set out, without any reason given. Then everyone understands and retains in memory much easier, these things of which the basis and origin are seen thoroughly; and also likewise they know likewise how to make far better use for all the cases arising. Whoever masters some art or science from the fundamentals, even without instruction of the same, sees many things which must be proven with greater difficulty. But in particular such fundamental instruction in arithmetic, in order to be more useful

Forward to Euler's E17:  
ARITHMETIC OR THE GENERAL ART OF RECKONING.  
Translated from German by Ian Bruce; 6/6/2018.  
Free download at [17centurymaths.com](http://17centurymaths.com).

and necessary for the instruction of youth, as the same fairly long time is spent on instructing languages and other things in which even a basic understanding does not occur, but nothing in the slightest will detract from that study, on having considered one thing thoroughly; from which, not the slightest inconvenience arises in all the following undertakings.

This mistake cannot be remedied better than by arithmetic, without which principles these other subjects must be learned in these years, and in this manner be brought home to youth most thoroughly, thereby teaching the habit of thinking properly.

No study is more convenient than mathematics for this end, and then everything is most clearly deduced and thoroughly proven from the first principles of our knowledge, whereas in the other sciences there is still much that is unclear and incorrect, even more often falsities are displayed as truths.

On account of these matters, in the present volume we have derived the arithmetic rules and operations from the nature of numbers themselves and from the nature of the common characteristics, so that anyone can understand the operations without special instruction, and acquire a skill, as well as understand it for that reason.

To this end, the entire guide has been written in sentences in which either the rules themselves or what serve to describe them are briefly and clearly presented. These sentences are further accompanied by detailed explanations, in which that which is contained in any proposition is sufficiently explained, and the reason for which is indicated: and finally, a few examples have been added to each operation, from which the usefulness of these can be seen.

As for the arrangement and foundations of the whole work itself, thus in the first part only this is treated in arithmetic, which is most commonly taught by arithmetic masters, and is indispensable in ordinary life.

Hereafter follows then that part of arithmetic, which will depend on geometry and which will require as well other parts of mathematics, and decimal reckoning together with the extraction of roots itself to be understood, and finally the teaching of logarithms and the use of the same is to be made clear. Common arithmetic is divided into two parts most conveniently; the first part deals with the so-called kinds with whole and fractional numbers initially about themselves, and then the application of the same to different kinds of uses such as coins, measurements, weight and the like. In the second part the various rules of arithmetic will be explained, thus serving to resolve various tasks occurring in common life, as there are the rule of three, both direct and inverse, the rule of five, the *Regulae Societatis*, *Alligationis*, and the like [see e.g. Floriani Dalham, *Institutiones Physicae*...., 1753]. Finally, as already reported, the third part will contain those operations of arithmetic which are especially required for geometrical and other mathematical calculations.

## VORBERICHT

Die Anzahl der Rechenbücher, welche sowohl in Deutschland als anderwärts herausgegeben worden, ist so gross und überhäuft, dass manchem diese Arbeit höchst unnöthig und überflüssig scheinen möchte. Allein da auf Allernädigsten Kaiserlichen Befehl die Russische Jugend sowohl in der Arithmetik als Geometrie auf das fleissigste unterrichtet werden soll, so ereigneten sich sehr grosse Schwierigkeiten, wann man sich zu diesem Ende anderwärts gedruckter Anleitungen bedienen wollte.

Dann ausserdem, dass dazu auch in Russischer Sprache hinlängliche und taugliche Bücher erfordert werden, so würde auch die Verschreibung einer so grossen Anzahl Exemplarien, als vonnöthen sind, von anderen Orten her mit nicht geringer Unbequemlichkeit und wenigem Vortheil geschehen können: ein anderwärts gefertigtes und gedrucktes Werk aber nachzudrucken und ins Russische zu übersetzen, hat man vieler Ursachen wegen Bedenken getragen. Über das befinden sich bei den meisten ausländischen Rechenbüchern solche Mängel, welchen man allhier abzuhelfen für höchst rathsam hielt.

Dann entweder sind darinn nichts als die blossen Regeln nebst einer grossen Anzahl Exempel enthalten; von dem Grunde aber und den Ursachen, worauf die Regeln beruhen, wird nicht die geringste Meldung gethan: oder dergleichen Anweisungen gehen zwar auf das wahre Fundament der Rechenkunst, der Vortrag aber ist so beschaffen, dass sich nicht leicht andere, als welche sich an die Mathematische Lehrart gewöhnet haben, darein finden können; und über das pflegt man sich bei solchen Abhandlungen nicht genugsam um die Vortheile und Compendia, wodurch die Fertigkeit und Geschwindigkeit im Rechnen erlanget wird, zu bekümmern, sondern begnügt sich, von allem den Grund nur mit kurzem anzuweisen.

Da nun die Erlernung der Rechenkunst ohne einigen Grund weder hinreichend ist, alle vorkommenden Fälle aufzulösen, noch den Verstand schärfet, als dahin die Absicht insonderheit gehen sollte; so hat man sich bemühet, in gegenwärtiger Anleitung von allen Regeln und Operationen den Grund so vorzutragen und zu erklären, dass denselben auch solche Leute, welche in gründlichen Abhandlungen noch nicht geübet sind, einsehen und verstehen können: dabei aber hat man gleichwohl die Regeln und Vortheile, welche im Rechnen zustatten kommen können, ausführlich beschrieben und mit Exempeln genugsam erläutert. Durch diese Einrichtung verhofft man also diesen Vortheil zu erlangen, dass die Jugend ausser der gehörigen Fertigkeit im Rechnen den wahren Grund von einer jeglichen Operation immer vor Augen habe, und dadurch zu gründlichem Nachdenken nach und nach angewöhnet werde.

Dann wann man auf diese Art nicht nur die Regeln begreift, sondern auch den Grund und Ursprung derselben deutlich einsieht, so wird man einigermassen in Stand gesetzt, selbstnen neue Regeln zu erfinden und vermittelst derselben solche Aufgaben aufzulösen, zu welchen die sonst gewöhnlichen Regeln nicht hinreichend sind. Man hat auch im

Forward to Euler's E17:  
ARITHMETIC OR THE GENERAL ART OF RECKONING.  
Translated from German by Ian Bruce; 6/6/2018.  
Free download at [17centurymaths.com](http://17centurymaths.com).

geringsten nicht zu befürchten, dass die Erlernung der Arithmetik auf diese Art schwerer fallen und mehr Zeit erfordern werde, als wann man nur die blossen Regeln ohne einigen Grund vorträgt. Dann ein jeder Mensch begreift und behält dasjenige im Gedächtnis viel leichter, wovon er den Grund und Ursprung deutlich einsieht; und weiss sich auch dasselbe bei allen vorkommenden Fällen weit besser zu Nutz zu machen. Über das wer eine jegliche Kunst und Wissenschaft aus dem Grunde erlernt, der sieht auch ohne Anleitung von selbst viele Sachen ein, welche in Ermanglung des Grunds demselben mit grosser Mühe beigebracht werden müssen.

Insonderheit aber ist eine solche gründliche Anleitung zur Arithmetik zur Unterrichtung der Jugend um so viel nützlicher und nöthiger, da dieselbe eine ziemlich lange Zeit in Sprachen und anderen Stücken, bei welchen eine gründliche Erkenntnis nicht einmal stattfindet, unterwiesen, dabei aber im geringsten nicht angeführet wird, einer Sache gründlich nachzusinnen; woraus nachgehends bei allen Unternehmungen nicht geringe Hindernisse entstehen.

Diesem Fehler kann nicht wohl füglicher abgeholfen werden, als dass man der Jugend die Arithmetik, welche ohne das in diesen Jahren erlernt werden muss, auf das gründlichste vortrage, und dadurch die Gewohnheit, richtig zu denken, beibringe. Zu diesem Endzweck ist auch kein Studium bequemer als die Mathematik, dann darinn wird alles aus den ersten Grundsätzen unserer Erkenntnis auf das deutlichste hergeleitet und auf das gründlichste bewiesen, dahingegen in den anderen Wissenschaften sich noch sehr viel Undeutliches und Unrichtiges befindet, auch sogar öfters falsche Sachen für Wahrheiten ausgegeben werden.

Um dieser Ursachen willen hat man in gegenwärtiger Abhandlung die arithmetischen Regeln und Operationen aus der Natur der Zahlen selbst und der Beschaffenheit der gebräuchlichen Characteren so hergeleitet, dass ein jeder auch ohne besondere Anführung sowohl die Operationen begreifen und darinn eine Fertigkeit erlangen, als auch den Grund davon verstehen kann.

Man hat zu diesem Ende die ganze Anleitung in Sätze verfasst, in welchen entweder die Regeln selbst, oder was zum Begriff derselben dienet, kurz und deutlich vorgetragen wird. Diesen Sätzen sind ferner ausführliche Erklärungen beigegefüget, worinn dasjenige, was in einem jeglichen Satze enthalten ist, genugsam erläutert und der Grund davon angezeigt wird: und endlich hat man einer jeden Operation einige Exempel angehängt, aus welchen der Nutzen und Gebrauch derselben ersehen werden kann.

Was die Ordnung und Einrichtung des ganzen Werks selbst betrifft, so hat man für das erste aus der Arithmetik nur dasjenige abgehandelt, was gemeinlich von den Rechenmeistern gelehret zu werden pflegt, und in dem gemeinen Leben unentbehrlich ist.

Hierauf folgt sodann derjenige Theil der Arithmetik, welcher zu der Geometrie und den übrigen Theilen der Mathematik erfordert wird, und die Dezimalrechnung nebst der Extractione Radicum in sich begreift, und endlich auch die Lehre von den Logarithmis und derselben Gebrauch erklärt. Die gemeine Arithmetik wird am füglichsten in zwei Theile zertheilet; davon der erstere die so genannten Species mit ganzen und gebrochenen Zahlen erstlich an und für sich selbst, und dann die Application derselben auf verschiedene Sorten als von Münzen, Maass, Gewicht und dergleichen in sich fasst. In dem zweiten Theile werden die verschiedenen Regeln der Arithmetik erklärt werden, so

Forward to Euler's E17:  
ARITHMETIC OR THE GENERAL ART OF RECKONING.  
Translated from German by Ian Bruce; 6/6/2018.  
Free download at [17centurymaths.com](http://17centurymaths.com).

zu Auflösung verschiedener im gemeinen Leben vorkommenden Aufgaben dienen, als da sind die Regula de tri sowohl Directa als Inversa, die Regula Quinque, die Regulae Societatis, Alligationis, und dergleichen. Endlich wird der dritte Theil, wie schon gemeldet, diejenigen Operationen der Arithmetik in sich enthalten, welche zu den geometrischen und übrigen mathematischen Rechnungen insonderheit erfordert werden.